

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

रोल नं.

Code No. **149**

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours

Maximum marks : 80

निर्धारित समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

General Instructions :

सामान्य निर्देश :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें एवं पूर्णरूप से उनका अनुपालन करें।

Note/ नोट :

(i) Please check that this question paper contains 19 + 3 Graph Sheets printed pages.

कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 19 + 3 ग्राफ शीट्स मुद्रित पृष्ठ हैं।

(ii) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title-page of the answer-book by the candidate.

प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए-गए कोड नंबर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।

(iii) Please check that this question paper contains 38 questions.

कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।

(iv) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.

कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

(v) 15 minutes time has been allotted to read the question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m., from 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer in the answer-book during this period.

इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। पूर्वाह्न में 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र प्रश्न-पत्र को केवल पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

(vi) This question paper comprises five Sections - A, B, C, D and E. All questions are compulsory.

प्रश्न-पत्र को पाँच खंडों में विभाजित किया गया है - क, ख, ग, घ एवं ङ। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(vii) Section-A - Q. No. 1 to 18 are Multiple Choice Questions (MCQs) and Q. No. 19 and 20 are Assertion-Reason based questions, carrying 1 mark each.

खंड-क के प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं एवं प्रश्न संख्या 19 व 20 अभिकथन-तर्क आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

(viii) Section-B - Q. No. 21 to 25 are Very Short Answer (VSA)-type questions, carrying 2 marks each.

खंड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अतिलघुत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

(ix) Section-C - Q. No. 26 to 31 are short answer type questions, carrying 3 marks each.

खंड-ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

(x) Section-D - Q. No. 32 to 35 are long answer type questions, carrying 5 marks each.

खंड-घ में प्रश्न 32 से 35 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

(xi) Section-E - Q. No. 36 to 38 are Case study-based questions, carrying 4 marks each.

खंड-ङ प्रश्न 36 से 38 तक प्रकरण आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

(xii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section-B, 3 questions in Section-C, 2 questions in Section-D and one subpart each in 3 questions in Section-E. Only one of the choices in such questions have to be attempted.

प्रश्न-पत्र में समस्त पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि, खंड-ख में 2 प्रश्नों, खंड-ग में 3 प्रश्नों, खंड-घ में 2 प्रश्नों और खंड-ङ के 3 प्रश्नों में से प्रत्येक में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।

(xiii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.

इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक अनुभाग और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।

(xiv) Use of Calculator is not permitted.

कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(xv) Draw neat figures wherever required. Take $\pi = \frac{22}{7}$ wherever required if not stated.

जहाँ भी चित्र आवश्यक हो, स्पष्ट चित्र बनाएँ। जहाँ भी आवश्यकता हो, $\pi = \frac{22}{7}$ ही लें।

SECTION - A / खण्ड - क

Question number 1 to 20 are multiple choice questions of 1 mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. Order and degree of the differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} = xy^3$ are; 1
respectively :

(a) 2, 3 (b) 2, 1 (c) 3, 2 (d) 3, 1

अवकल समीकरण $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} = xy^3$ की कोटि और घात क्रमशः हैं :

(a) 2, 3 (b) 2, 1 (c) 3, 2 (d) 3, 1

2. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{1 + \cos 2y}{1 - \cos 2x} = 0$ is: 1

(a) $\tan y + \cot x = c$ (b) $\tan y - \cot x = c$

(c) $\cot y + \tan x = c$ (d) $\cot y - \tan x = c$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{1 + \cos 2y}{1 - \cos 2x} = 0$ का हल है :

(a) $\tan y + \cot x = c$ (b) $\tan y - \cot x = c$

(c) $\cot y + \tan x = c$ (d) $\cot y - \tan x = c$

3. The image of the point (a, b, c) in yz - plane is :

1

- (a) $(-a, b, c)$ (b) $(a, -b, -c)$
(c) $(0, b, c)$ (d) $(a, 0, 0)$

बिंदु (a, b, c) का yz -समतल में प्रतिबिम्ब है :

- (a) $(-a, b, c)$ (b) $(a, -b, -c)$
(c) $(0, b, c)$ (d) $(a, 0, 0)$

4. If a line makes angles $45^\circ, 90^\circ$ and 135° with x, y and z -axes respectively, then its d.c's are :

1

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

यदि एक रेखा x, y और z अक्षों के साथ क्रमशः $45^\circ, 90^\circ$ और 135° के कोण बनाती है, तो इसके दिक्-कोसाइन हैं :

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

5. Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be defined as

1

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 3 \\ x^2, & 1 < x \leq 3 \\ 3x, & x \leq 1 \end{cases}$$

Then, $f(-2) + f(2) + f(5)$ is :

- (a) 18 (b) 11 (c) 8 (d) 14

माना कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 3 \\ x^2, & 1 < x \leq 3 \\ 3x, & x \leq 1 \end{cases}$$

तो, $f(-2) + f(2) + f(5)$ है :

- (a) 18 (b) 11 (c) 8 (d) 14

6. If $f(x) = \int_0^x t \sin t \, dt$, then $f'(x)$ is :

1

- (a) $\cos x + x \sin x$ (b) $x \sin x$
(c) $x \cos x$ (d) $\sin x + x \cos x$

यदि $f(x) = \int_0^x t \sin t \, dt$ है, तो $f'(x)$ है :

- (a) $\cos x + x \sin x$ (b) $x \sin x$
(c) $x \cos x$ (d) $\sin x + x \cos x$

7. The area of the region bounded by the x -axis, $y^2 = x$ and $x = 4$ in sq. units is : 1

- (a) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ (b) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (c) 16 (d) $\frac{16}{3}$

x -अक्ष, $y^2 = x$ और $x = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है :

- (a) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ (b) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (c) 16 (d) $\frac{16}{3}$

8. If the points P (2, 4), Q (0, x) and R(4, $x + 6$) are collinear, then the value of x is : 1

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) 2

यदि तीन बिंदु P (2, 4), Q (0, x) और R(4, $x + 6$) सरेख हैं, तो x का मान है :

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) 2

9. The probability of obtaining an even prime number on each die, when a pair of dice is rolled, is : 1

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{1}{36}$ (d) 0

पासों का एक जोड़ा उछाला जाए, तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है :

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{1}{36}$ (d) 0

10. The function $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^4}$, $x > 0$ decreases in the interval : 1

- (a) $(1, \infty)$ (b) $[0, \infty)$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(0, \infty)$

फलन $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^4}$, $x > 0$ जिस अंतराल में ह्रासमान है, वह है :

- (a) $(1, \infty)$ (b) $[0, \infty)$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(0, \infty)$

11. The matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ is a/an. 1

- (a) scalar matrix (b) identity matrix
(c) symmetric matrix (d) square matrix

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ एक :

- (a) अदिश आव्यूह है (b) तत्समक आव्यूह है
(c) सममित आव्यूह है (d) वर्ग आव्यूह है

12. Points A (0, 4, 1), B (2, 3, -1), C (4, 5, 0) and D (2, 6, 2) taken in order are vertices of a : 1

- (a) rectangle (b) rhombus
(c) square (d) parallelogram

बिंदु A (0, 4, 1), B (2, 3, -1), C (4, 5, 0) और D (2, 6, 2) इसी क्रम में शीर्ष हैं :

- (a) एक आयत के (b) एक समचतुर्भुज के
(c) एक वर्ग के (d) एक समांतर चतुर्भुज के

13. The number of points of discontinuity of function, $f(x) = [x]$, where $[x]$ is greatest integer function in $(2, 7)$ is : 1

- (a) 4 (b) 6 (c) 5 (d) 7

फलन $f(x) = [x]$, जहाँ $[x]$ अंतराल $(2, 7)$ में एक महत्तम पूर्णांक फलन है, जिन बिंदुओं पर असंतत है, उनकी संख्या है :

- (a) 4 (b) 6 (c) 5 (d) 7

14. $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ is equal to : 1

- (a) $e^{\tan^{-1}x} + c$ (b) $e^x + c$
 (c) $\tan^{-1}x + c$ (d) $x \tan^{-1}x + c$

$\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ बराबर है :

- (a) $e^{\tan^{-1}x} + c$ (b) $e^x + c$
 (c) $\tan^{-1}x + c$ (d) $x \tan^{-1}x + c$

15. If matrices $A = [2, -3]$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$, $C = [4, 5]$ and $D = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ are given, then $AB - CD$ is : 1

- (a) $[-10, 31]$ (b) 78 (c) $[3]$ (d) 3

यदि आव्यूह $A = [2, -3]$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$, $C = [4, 5]$ और $D = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ हैं, तो $AB - CD$ है :

- (a) $[-10, 31]$ (b) 78 (c) $[3]$ (d) 3

16. If two events X and Y are independent, then :

1

- (a) they must be mutually exclusive
- (b) sum of their probabilities is 1
- (c) both option (a) and option (b) are correct
- (d) both option (a) and option (b) are incorrect

यदि दो घटनाएँ X और Y स्वतंत्र हैं, तो :

- (a) X और Y परस्पर अपवर्जी हैं।
- (b) उनकी प्रायिकताओं का योग 1 है।
- (c) दोनों विकल्प (a) और (b) सही हैं।
- (d) दोनों विकल्प (a) और (b) सही नहीं हैं।

17. If the derivative of $\tan^{-1}(a + bx)$ takes the value 1 at $x = 0$, then :

1

- (a) $1 + a^2 + b = 0$
- (b) $a^2 - b + 1 = 0$
- (c) $a + b^2 - 1 = 0$
- (d) $a - b^2 - 1 = 0$

यदि $\tan^{-1}(a + bx)$ के अवकलज का $x = 0$ पर मान 1 है, तो :

- (a) $1 + a^2 + b = 0$
- (b) $a^2 - b + 1 = 0$
- (c) $a + b^2 - 1 = 0$
- (d) $a - b^2 - 1 = 0$

18. $f(x) = x^x$ has a critical point at :

1

- (a) $x = e$
- (b) $x = \frac{1}{e}$
- (c) $x = 1$
- (d) $x = \sqrt{e}$

$f(x) = x^x$ का क्रान्तिक बिंदु है :

- (a) $x = e$
- (b) $x = \frac{1}{e}$
- (c) $x = 1$
- (d) $x = \sqrt{e}$

Question numbers 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below :

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

- (b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

- (c) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

- (d) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

अभिकथन (A) गलत है परन्तु तर्क (R) सही है।

19. Assertion (A) : In a triangle ABC, $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$.

1

Reason (R) : If $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, then $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

अभिकथन (A) : एक त्रिभुज ABC में $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ है।

तर्क (R) : यदि $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$ है, तो $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ है।

20. Assertion (A): For matrices X and Y, $(X + Y)^2 \neq X^2 + 2XY + Y^2$. 1

Reason (R): For matrices X and Y, $XY = YX$.

अभिकथन (A) : आव्यूह X और Y के लिए, $(X + Y)^2 \neq X^2 + 2XY + Y^2$

तर्क (R) : आव्यूह X और Y के लिए $XY = YX$ है।

SECTION - B/खण्ड - ख

This Section has VSA type of questions of 2 marks each.

इस खण्ड में अति लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (a) If matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ and $A^2 = pA$, then find the value of p. 2

यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ और $A^2 = pA$ है, तो p का मान ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

(b) If $\begin{vmatrix} x+2 & x-3 \\ x-1 & x-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$, then find the value of x.

यदि $\begin{vmatrix} x+2 & x-3 \\ x-1 & x-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

22. (a) Find the value of : $\cos\left(\sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \operatorname{cosec}^{-1}2$.

2

मान ज्ञात कीजिए : $\cos\left(\sec^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \operatorname{cosec}^{-1}2$

OR/अथवा

(b) Find the principal value of : $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)$

मुख्य मान ज्ञात कीजिए : $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)$

23. If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$, then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$.

2

यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$ है, तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

24. Find a unit vector perpendicular to each of the vectors \vec{a} and \vec{b} , where $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$.

2

एक ऐसा मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो प्रत्येक \vec{a} और \vec{b} के लम्बवत् है, जबकि $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$ और $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ है।

25. The probability of finding a green signal on a busy crossing X is 30%. What is the probability of finding a green signal on X on two consecutive days out of three ? 2
 एक व्यस्त क्रॉसिंग X पर हरा सिगनल मिलने की प्रायिकता 30% है। इसकी क्या प्रायिकता है कि तीन में से लगातार दो दिन हरा सिगनल मिलेगा ?

SECTION - C/खण्ड - ग

This section consists of SA type questions of 3 marks each.

इस खण्ड में लघु उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (a) Solve the differential equation : 3
 $(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$
 अवकल समीकरण को हल कीजिए :
 $(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$

OR/अथवा

- (b) Solve the differential equation : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$
 अवकल समीकरण $x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$ को हल कीजिए :

27. (a) Find : $\int \frac{x^2}{x^4 - x^2 - 12} dx$ 3

ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2}{x^4 - x^2 - 12} dx$

OR/अथवा

- (b) Find : $\int \frac{\sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$

ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$

28. Find the intervals in which the function $f(x) = \sin x - \cos x$, $0 < x < 2\pi$ is increasing or decreasing. 3

वे अंतराल ज्ञात कीजिए, जिनमें फलन $f(x) = \sin x - \cos x$, $0 < x < 2\pi$, वर्धमान है या ह्रासमान है।

29. Find the value of $\int_{1/3}^1 \frac{(x-x^3)^{1/3}}{x^4} dx$. 3

$\int_{1/3}^1 \frac{(x-x^3)^{1/3}}{x^4} dx$ का मान ज्ञात कीजिए

30. (a) Differentiate $y = \frac{x^4 \sqrt{x+6}}{(3x+5)^2}$ with respect to x . 3

$y = \frac{x^4 \sqrt{x+6}}{(3x+5)^2}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

OR/अथवा

- (b) Function $f(x)$ is defined as: $f(x) = \begin{cases} 3ax+b, & \text{if } x > 1 \\ 22, & \text{if } x=1 \\ 5ax-2b, & \text{if } x < 1. \end{cases}$

If $f(x)$ is continuous at $x=1$, then find the values of a and b .

फलन $f(x)$ इस प्रकार परिभाषित है: $f(x) = \begin{cases} 3ax+b, & \text{यदि } x > 1 \\ 22, & \text{यदि } x=1 \\ 5ax-2b, & \text{यदि } x < 1. \end{cases}$

यदि $f(x)$, $x=1$ पर संतत है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए।

31. Vectors $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{b} = \lambda\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$ are given. Find λ so that $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ are perpendicular to each other. 3

सदिश $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ और $\vec{b} = \lambda\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$ दिए गए हैं। λ का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे $\vec{a} + \vec{b}$ और $\vec{a} - \vec{b}$ परस्पर लम्बवत् हो जाए।

SECTION - D/खण्ड - घ

This section consists of LA type questions of 5 marks each.

इस खण्ड में दीर्घ उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

32. Solve the following linear programming problem graphically, 5
Maximise $Z = 10500x + 9000y$

$$\text{subject to } x + y \leq 50$$

$$20x + 10y \leq 800$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

निम्न रैखिक समीकरण का ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

व्यवरोधों

$$x + y \leq 50$$

$$20x + 10y \leq 800$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

के अंतर्गत $Z = 10500x + 9000y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

33. Using integration, find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$ and the lines $x = -1$ and $x = 1$. 5

समाकलन के प्रयोग से, वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ तथा रेखाओं $x = -1$ तथा $x = 1$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. (a) Find the shortest distance between the lines

5

$$\vec{r} = (1+\lambda)\hat{i} + (2-\lambda)\hat{j} + (1+\lambda)\hat{k} \quad \text{and} \quad \vec{r} = (2+2\mu)\hat{i} + (-1+\mu)\hat{j} + (-1+2\mu)\hat{k}$$

रेखाओं $\vec{r} = (1+\lambda)\hat{i} + (2-\lambda)\hat{j} + (1+\lambda)\hat{k}$ और

$\vec{r} = (2+2\mu)\hat{i} + (-1+\mu)\hat{j} + (-1+2\mu)\hat{k}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

(b) Find the coordinates of foot of perpendicular drawn from the point P (2, 4, -1) on the line $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$. Also, find the distance of P from the line.

बिंदु P (2, 4, -1) से रेखा $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ पर खींचे गए लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। बिन्दु P की दी गई रेखा से दूरी भी ज्ञात कीजिए।

35. (a) Let Z be the set of all integers and R be the relation on Z defined as $R = \{(a, b) : a, b \in Z \text{ and } (a - b) \text{ is divisible by } 5\}$. Prove that R is an equivalence relation.

5

माना कि Z सभी पूर्णाकों का समुच्चय है और Z पर संबंध R इस प्रकार परिभाषित है $R = \{(a, b) : a, b \in Z \text{ और } (a - b) \text{ 5 से भाज्य है}\}$ सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

OR/अथवा

(b) Show that $f: N \rightarrow N$ given by $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{if } x \text{ is odd} \\ x-1, & \text{if } x \text{ is even} \end{cases}$ is bijective.

दर्शाएँ कि $f: N \rightarrow N$, $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{यदि } x \text{ विषम है} \\ x-1, & \text{यदि } x \text{ सम है} \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी आच्छादी है।

SECTION - E/खण्ड - ड

This section consists of 3 case study based questions of 4 marks each.

इस खण्ड में 3 प्रकरण आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

36. The management committee of a residential colony decided to award some of its members (say x) for honesty, some (say y) for helping others and some others (say z) for supervising the workers to keep the colony neat and clean. Three times the sum of the awardees for helping others and supervision added to two times the number of awardee for honesty is 33. If the sum of the number of awardees for honesty and supervision is twice the number of awardees for helping others, answer the following questions :
- (i) Represent, "Three times the sum of the awardees for helping others and supervision added to two times the number of awardees for honesty is 33" in equation form. 1
- (ii) Represent, "The sum of the number of awardees for honesty and supervision is twice the number of awardees for helping others" in equation form. 1
- (iii) (a) Let sum of awardees is 12. Then solve these three equations using matrices to find x , y and z . 2

OR

- (b) If $3x + 4y + 3z = 40$, then using matrices solve the three equations for x , y and z .

एक आवासीय कालोनी की प्रबंधन कमेटी ने निश्चय किया कि वह अपने कुछ सदस्यों (माना x) को ईमानदारी, कुछ (माना y) को दूसरों की सहायता करने के लिए और कुछ अन्यो (माना z) को कालोनी को सुंदर और स्वच्छ रखने के लिए कार्ययुक्त कर्मचारियों का निरीक्षण करने वालों को देगा। दूसरों की सहायता और निरीक्षण करने के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों के तीन गुने में, ईमानदारी के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों के दुगुने को जोड़ने पर 33 प्राप्त होता है। यदि ईमानदारी और निरीक्षण के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों की संख्या, दूसरों की मदद करने वालों से दुगुनी है, तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) "दूसरों की सहायता और निरीक्षण करने के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों के तीन गुने में, ईमानदारी के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों के दुगुने में को जोड़ने पर 33 प्राप्त होता है" को समीकरण के रूप में प्रदर्शित कीजिए। 1
- (ii) "ईमानदारी और निरीक्षण के लिए पारितोषिक प्राप्त करने वालों की संख्या, दूसरों की मदद करने वालों से दुगुनी है" को समीकरण के रूप में प्रदर्शित कीजिए। 1
- (iii) (a) माना कि कुल ईनाम पाने वालों की संख्या 12 है, तो आव्यूह विधि से इन तीन समीकरणों से x , y और z ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (b) यदि $3x + 4y + 3z = 40$ है, तो आव्यूहों के उपयोग से तीनों समीकरणों को हल करके x , y और z प्राप्त कीजिए।

37. Electricity is very important in our lives. We daily use bulbs. A company has three machines X, Y and Z, which manufacture 50%, 40% and 10% bulbs respectively. Owner hired an expert to know the quality of bulbs, who noticed that 2%, 1% and 3% of the bulbs produced by machines X, Y and Z respectively are defective. A bulb is picked up at random from the total production and found to be defective. Now answer the following questions.

- (i) Find the probability of (a) selecting a bulb produced by machine X, (b) selecting a bulb produced by machine Y. 1
- (ii) Write the probability that machine Z produced defective bulb. 1
- (iii) (a) Find the probability that picked defective bulb was produced by machine X. 2

OR

- (b) Find the probability that picked defective bulb was produced by machine Z.

हमारे जीवन में बिजली का बहुत महत्त्व है। हम प्रतिदिन बल्बों का प्रयोग करते हैं। एक कम्पनी के पास तीन मशीनें X, Y और Z हैं, जो कि क्रमशः 50%, 40% और 10% बल्बों का उत्पादन करती हैं। मालिक ने एक विशेषज्ञ को बल्बों की गुणवत्ता की जाँच के लिए नियुक्त किया और उसने ध्यान दिया कि X, Y और Z द्वारा उत्पादित बल्बों में क्रमशः 2%, 1% और 3% बल्ब खराब है। कुल उत्पादन में से एक बल्ब को चुना गया और वह खराब निकला। अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि (a) मशीन X का एक बल्ब चुनने की और (b) मशीन Y का एक बल्ब चुनने की। 1
- (ii) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि मशीन Z ने खराब बल्ब उत्पादित किया। 1
- (iii) (a) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया खराब बल्ब मशीन X ने उत्पादित किया था। 2

अथवा

- (b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया खराब बल्ब मशीन Z ने उत्पादित किया था।

38. Walking is very good for a person's health. So, two friends decided that they will go daily for a walk. They visited nearby parks and were attracted to a big park which mentioned that this park is in shape of an ellipse and can be written as $x^2 + 4y^2 = 16$. These two friends tried to find out what will be measurement of the sides of the greatest rectangle that can be drawn in it. Answer these questions to help them.

(i) If length of the rectangle is $2x$ and breadth is $2y$, then write area A of rectangle in terms of x . 1

(ii) Find x when $\frac{dA}{dx} = 0$. 1

(iii) (a) Find the dimensions of the rectangle which has maximum area, using first derivative test. 2

OR

(b) Find the dimensions of rectangle which has maximum area, using second derivative test.

एक व्यक्ति के स्वास्थ्य के लिए सैर करना बहुत अच्छा होता है। अतः दो मित्रों ने निश्चय किया कि वे प्रतिदिन सैर करेंगे। वे पास के पार्कों में गए और एक बड़े पार्क ने उनको आकर्षित किया जिस में लिखा हुआ था कि इसका आकार दीर्घवृत्त का है और इसे समीकरण रूप में $x^2 + 4y^2 = 16$ लिखा जा सकता है। इन दो मित्रों ने यह जानने की कोशिश की कि इसके अंदर यदि सबसे बड़ा आयत खींचा जाए, तो उसकी भुजाओं का क्या माप होगा? उनकी सहायता के लिए निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि आयत की लंबाई $2x$ और चौड़ाई $2y$ है, तो आयत के क्षेत्रफल A को x के पदों में लिखिए। 1

(ii) जब $\frac{dA}{dx} = 0$ है, तो x ज्ञात कीजिए। 1

(iii) (a) प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा उस आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल अधिकतम है। 2

अथवा

(b) द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा अधिकतम क्षेत्रफल वाले आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

- o O o -